
Méthodes métaheuristiques pour les problèmes de design de réseaux

Michel Gendreau

CIRRELT et DIRO, Université de Montréal

Colloque conjoint en Conception de réseaux

13 septembre 2006 – Montréal

Protagonistes

- Teodor Gabriel Crainic
- Judy Farvolden
- Michel Toulouse
- Ifat Ghamlouche
- Alexandre LeBouthillier
- Et beaucoup d'autres...

Plan

- Rappel du problème et propriétés
- Recherche avec tabous (tabu search)
- Path Relinking
- Scatter Search
- Algorithmes multi-niveaux coopératifs
- Méthodes parallèles

Le problème

- Étant donné
 - Un réseau
 - en place et potentiel
 - structure de coûts
 - capacités
 - Des demandes

- On veut déterminer quels éléments du réseau potentiel doivent être ajoutés au réseau actuel pour satisfaire la demande à moindre coût.

Plus précisément

- Variante avec
 - plusieurs produits qui circulent sur le réseau (une origine et une destination par produit)
 - coûts fixes d'ouverture des arcs
 - coûts variables linéaires sur les arcs
 - capacités

Formulation arcs-sommets

Minimize $z(x, y) = \sum_{(ij) \in A} f_{ij} y_{ij} + \sum_{(ij) \in A} \sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^p$

Subject to $\sum_{j \in N} x_{ji}^p - \sum_{j \in N} x_{ij}^p = d_i^p$ Flow constraints

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^p \leq u_{ij} y_{ij} \quad \text{Linking/Capacity}$$

$$x_{ij}^p \leq u_{ij}^p y_{ij} \quad \text{constraints}$$

$$x_{ij}^p \geq 0$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$x \in X$$

Sous-problème de flot pour y donné

$$\text{Minimize } z(x, \bar{y}) = \sum_{(ij) \in A} \sum_{p \in P} c_{ij}^p x_{ij}^p$$

$$\text{Subject to } \sum_{j \in N} x_{ji}^p - \sum_{j \in N} x_{ij}^p = d_i^p$$

$$\sum_{p \in P} x_{ij}^p \leq u_{ij} \quad \text{for } (i, j) \ni \bar{y}_{ij} = 1$$

$$x_{ij}^p \leq u_{ij}^p \quad \text{for } (i, j) \ni \bar{y}_{ij} = 1$$

$$x_{ij}^p \geq 0$$

Problème de flot à coût minimum classique!

Formulation arcs-chemins

$$\text{Minimize } z(h, y) = \sum_{(ij) \in A} f_{ij} y_{ij} + \sum_{p \in P} \sum_{l \in L^p} k_l^p h_l^p$$

$$\text{Subject to } \sum_{l \in L^p} h_l^p = d^p \quad ij \in P$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{l \in L^p} h_l^p \delta_{ij}^{lp} \leq u_{ij} y_{ij} \quad ij \in A$$

$$\sum_{l \in L^p} h_l^p \delta_{ij}^{lp} \leq u_{ij}^p y_{ij} \quad p \in P, ij \in A$$

$$h_l^p \geq 0 \quad p \in P$$

$$x_{ij}^p = \sum_{l \in L^p} h_l^p \delta_{(ij)l}^p$$

$$k_l^p = \sum_{ij \in A} c_{ij}^p \delta_{(ij)l}^p$$

Heuristiques

- On utilise des heuristiques, car beaucoup d'instances réelles sont trop grosses pour être traitées aisément par des méthodes exactes.
- Heuristiques simplistes:
 - approches gloutonnes
 - ajout et retrait d'arcs (« add/drop »)
 - résultats médiocres
- Il faut penser à mieux...

Recherche avec tabous

- Une des approches métaheuristiques les plus performantes (Glover, 1986).
- Une généralisation/extension des méthodes de recherche (d'amélioration) locale classiques:
 - On modifie au fur et à mesure une solution courante en tentant de l'améliorer.
 - On permet de dégrader la valeur de l'objectif.
 - Des mécanismes de mémoire à court terme empêchent le cyclage.
 - Des mémoires à plus long terme servent à guider l'exploration de l'espace des solutions.

Schéma de recherche avec tabous

1. Construire une solution initiale
2. Recherche locale
 - a. Trouver la meilleure solution (non taboue) dans le voisinage de la solution courante
 - b. Mettre à jour
 - meilleures solutions connues (au besoin)
 - mémoires à court, moyen et long termes
 - c. Vérifier le critère d'arrêt: aller à a ou 3
3. Intensification
4. Diversification

R.T. pour design de réseaux I

- Approche basée sur une vision « coûts fixes » du problème.
- Les variables importantes sont les variables de flots de produits
- Le voisinage utilisé repose en fait sur la formulation arcs-chemins du problème.
- Les mouvements sont réalisés par des **pivots** sur la version arcs-chemins du problème à flot à coût minimum dans lequel tous les arcs possibles sont pris en considération.
- Les coûts fixes sont pris en compte pour les arcs utilisés.

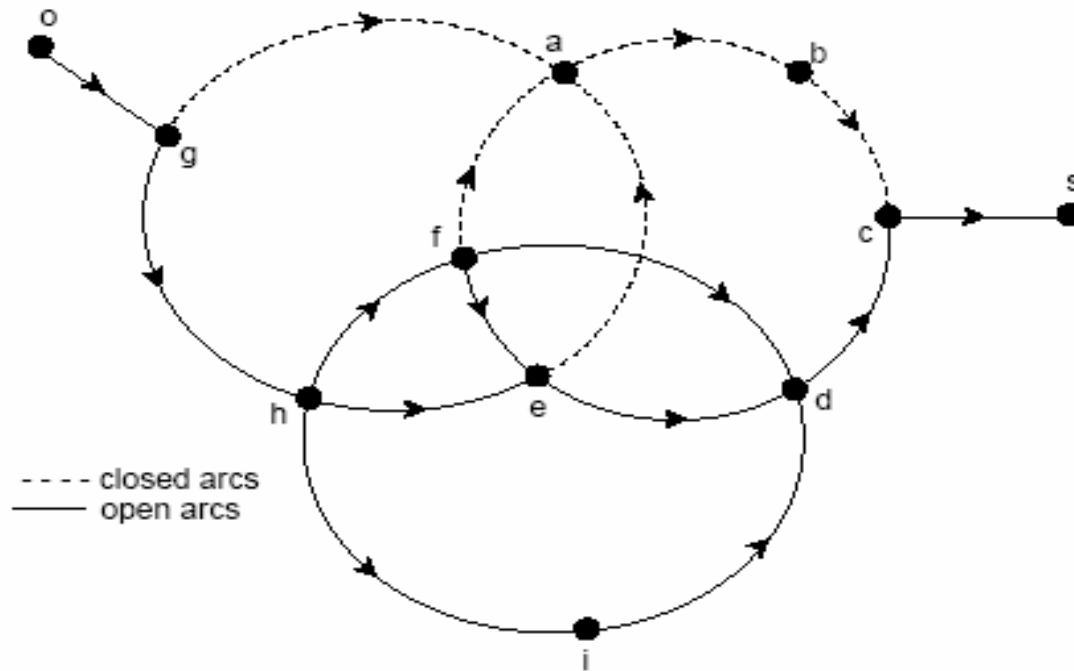
R.T. pour design de réseaux II

- L'algorithme de R.T. I, malgré ses qualités, a des limites:
 - La définition du voisinage repose toujours sur des modifications des flux d'un seul produit à la fois.
 - Trop myope pour les problèmes avec de nombreux produits.
- Il faut définir de nouvelles structures de voisinage.
- On retourne à une recherche basée sur les variables de design (y) → ces variables définissent complètement une solution, si on résout (à côté) le problèmes de flot à coût minimum induit.
- Il faut trouver une structure de voisinage appropriée.

Voisinage basée sur les cycles

- Dans un problème de design de réseaux, pour pouvoir vraiment une solution, il faut ouvrir et fermer des séries d'arcs constituant des **sous-chemins**.
- Les mouvements du flot se font le long de **cycles** dans le **graphe résiduel**.
- Le nouveau voisinage est basée sur l'identification de cycles dans des **graphes résiduels de capacité donnée**.
- Ceci permet d'effectuer des modifications **significatives** de la solution courante à chaque itération:
 - plusieurs arcs / plusieurs produits à la fois.
- **Très bons résultats** (article *Operations Research*, 2003)

Les cycles



Path Relinking

- Une autre technique proposée par Glover.
- Idée de base:
 - explorer dans l'espace des solutions les trajectoires reliant de bonnes solutions connues dans le but d'en découvrir de meilleures (concept d'intensification)
- Les bonnes solutions à considérer doivent être fournies par une autre méthode.
- Arbitrage entre **qualité** et **diversité** des solutions retenues.
- Implantation à partir des solutions fournies par R.T. II
→ méthode très efficace

Scatter Search

- Encore une autre technique proposée par Glover pour « assembler » de bonnes solutions connues.
- Idée de base:
combiner de façon linéaire des vecteurs décrivant les solutions
- Nous explorons l'espace des variables de design (binaires) → comment appliquer ce concept?
- Certaines variables sont arrondies et d'autres laissées libres (fixées par la résolution du problème de flot).
- Implantation à partir des solutions fournies par R.T. II
→ résultats satisfaisants, mais pas supérieurs à PR.

Recherche multi-niveaux

- Étudier divers niveaux de « description » d'un problème donné pour en réduire la taille (allers-retours entre une vision plus globale et une vision plus locale)
- En général, on considère des niveaux différents d'agrégation du problème.
- Ici, pas d'agrégation du problème, mais une « simplification » en fixant certaines variables de design.
- Trois opérateurs sont définis pour réaliser l'échange d'information entre les niveaux.
- L'exploration des solutions possibles à chaque niveau repose encore sur l'utilisation de R.T. II.
- Résultats extrêmement prometteurs.

Méthodes parallèles

- Les méthodes présentées se prêtent facilement à des implantations parallèles.
- Dans certains cas (recherche multi-niveaux), le parallélisme s'impose de façon naturelle.
- Les défis à relever se situent au niveau de la quantité et de la nature de l'information à échanger entre processus de calculs, ainsi que du moment pour le faire.
- De manière générale, il semble établi que les approches de parallélisme coopératif asynchrone sont les plus performantes dans ce genre de contexte.
- On peut penser à des schémas hétérogènes combinant différentes approches.

Conclusion

- Un domaine de recherche bien établi avec un solide base d'acquis.
- Il reste cependant encore du travail à faire.
- Un des défis consiste à étudier d'autres types de problèmes de conception de réseaux.